

01 Omgaan met wiskundetaal

CORRECTIESLEUTEL

Inhoud

Inhoud
 In de wiskunde
 de operatoren
 oefeningen
 differentiatietraject
 Studiewijzer



WAT JE AL KUNT

- de implicatiepijl gebruiken bij het opschrijven van een 'als, dan'-uitspraak



WAT JE LEERT IN DEZE MODULE

- mondeling en schriftelijk communiceren over redeneringen
- symbolen gebruiken
- implicatie en equivalentie zinvol hanteren
- uitspraken illustreren met voorbeelden
- logische operatoren gebruiken
- een eenvoudige waarheidstabel gebruiken
- concepten van computationeel denken hanteren



IN DE KIJKER

Je gebruikt wiskundige symbolen correct bij het communiceren over redeneringen.



WISKUNDETAAL

- implicatiepijl
- equivalentiepijl
- logische operator
- negatie: $\neg$
- conjunctie: $\wedge$
- disjunctie: $\vee$
- waarheidstabel



Opdracht 1

Beantwoord de onderstaande vragen met behulp van de tekening.



a) Hoeveel leerlingen hebben blond haar?

4

b) Hoeveel leerlingen dragen geen koptelefoon?

7

c) Hoeveel jongens dragen een geel of groen T-shirt?

3

d) Hoeveel leerlingen dragen een bril en dragen geen zwart kledingstuk?

1

e) Hoeveel meisjes hebben donkerbruin haar?

1

Opdracht 2

Zet om in symbolentaal. Maak de juiste verbinding.

Als een getal groter is dan 3, dan is het groter dan 0.

Elk positief geheel getal is groter dan of gelijk aan 0.

Het punt A behoort tot de rechte b .

De rechte a snijdt de rechte b .

1 is de enige gemeenschappelijke deler van 3 en 5.

Positieve gehele getallen zijn rationale getallen.

$A \in b$

$x > 3 \implies x > 0$

$\forall x \in \mathbb{Z}^+ : x \geq 0$

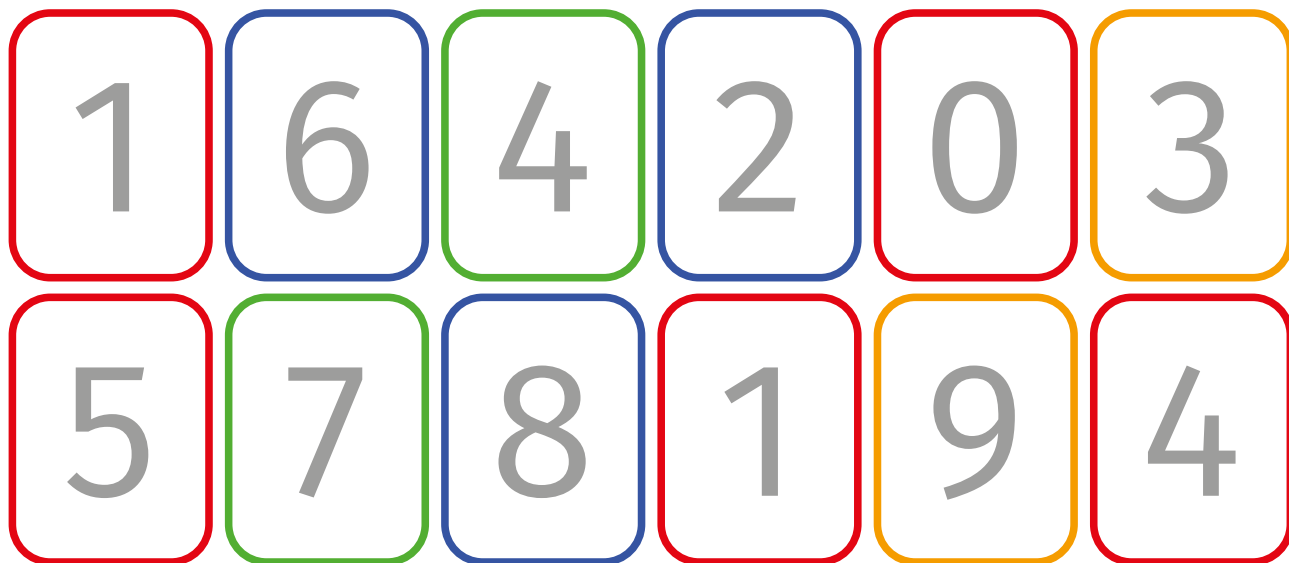
$\mathbb{Z}^+ \subset \mathbb{Q}$

$a \nparallel b$

$\text{ggd}(3, 5) = 1$

Opdracht 3

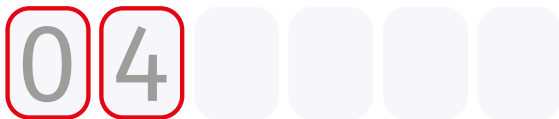
Daan neemt uit een set kaarten deze 12 kaarten. Welke uitspraken zijn waar voor deze 12 kaarten? Omkring deze uitspraken.



- a) **Als** het getal op de kaart deelbaar is door 2, **dan** heeft de kaart een groene rand.
- b) **Als** het getal een priemgetal is, **dan** heeft de kaart **geen** blauwe rand.
- c) **Als** de kaart **geen** blauwe rand heeft, **dan** is het getal op de kaart een priemgetal.
- ☒ d) **Als** het getal een drievoud is **en** oneven is, **dan** is de rand van de kaart oranje.
- e) **Als** de kaart geen rode rand heeft, **dan** is het getal op de kaart groter dan 5.
- ☒ f) **Als** het getal deelbaar is door 4 **of** het getal staat op een kaart met een blauwe rand, **dan** is het getal even.

Welke kaarten hou je over met deze uitspraken? Teken deze kaarten (verkleind) over in de vakjes.

- a) Alle kaarten met een rode rand **en** een even cijfer.



- c) Alle kaarten die geen volkomen kwadraat zijn.



- b) Alle kaarten met een oranje **of** een groene rand.



- d) Alle kaarten die een blauwe rand hebben **en** groter zijn dan 5.



Formuleer zelf een uitspraak zodat je enkel deze kaarten overhoudt.

bv. alle kaarten die een rode rand hebben en groter zijn dan 1.



1 Symbolen in de wiskunde

1.1 Een overzicht

In de wiskunde worden er heel vaak symbolen gebruikt. Dit noemen we de **wiskundetaal**. Uiteraard moet je eerst de wiskundetaal begrijpen. Daarna kun je ze gebruiken om gegevens, eigenschappen, kenmerken ... korter op te schrijven. We gebruiken ze ook bij het gestructureerd opschrijven van een redenering. Deze symbolen zou je alvast moeten kennen.

REKENEN

+ ... plus ...

- ... min ...

· ... maal ...

: ... gedeeld door ...

√ de vierkantswortel van ...

| | de absolute waarde van ...

VERGELIJKEN EN ORDENEN

< ... is kleiner dan ...

≤ ... is kleiner dan of gelijk aan ...

> ... is groter dan ...

≥ ... is groter dan of gelijk aan ...

= ... is gelijk aan ...

≈ ... is ongeveer gelijk aan ...

MEETKUNDE

⊥ ... staat loodrecht op ...

// ... is evenwijdig met ...

⋈ ... snijdt ...

KWANTOR

∀ voor alle

VERZAMELINGEN

ℕ de verzameling van de natuurlijke getallen

ℤ de verzameling van de gehele getallen

ℚ de verzameling van de rationale getallen

ℕ₀ de verzameling van de natuurlijke getallen zonder nul

ℤ₀ de verzameling van de gehele getallen zonder nul

ℚ₀ de verzameling van de rationale getallen zonder nul

∅ de lege verzameling

∈ ... is een element van ...

∉ ... is geen element van ...

⊂ ... is een deelverzameling van ...

⊄ ... is geen deelverzameling van ...

∩ doorsnede

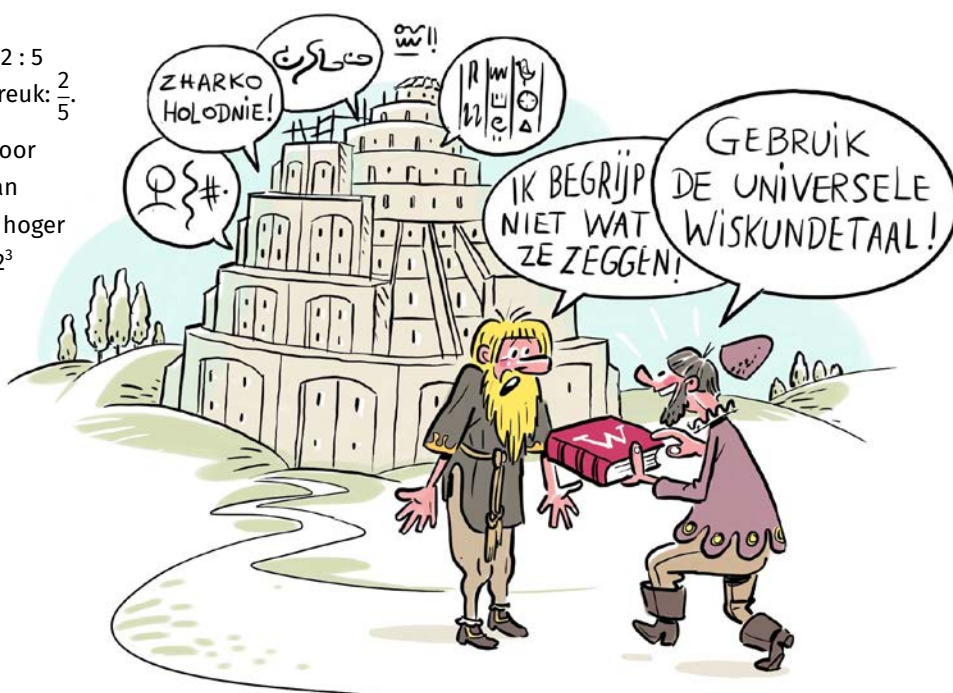
∪ unie

∖ verschil (zonder)



— Merk op —

- Een deling zoals bijvoorbeeld $2 : 5$ kun je ook schrijven als een breuk: $\frac{2}{5}$.
- Er is geen specifiek symbool voor een macht. Dit moet je zien aan de notatie. De exponent staat hoger dan het grondtal. Voorbeeld: 2^3



Voorbeelden

$3 \in \mathbb{N}$	'3 is een natuurlijk getal.' of '3 is een element van de verzameling van de natuurlijke getallen.'
$a \perp b$	'De rechte a staat loodrecht op de rechte b .'
$\forall x \in \mathbb{Q} : x \geq 0$	'Voor elk rationaal getal geldt dat de absolute waarde van dat getal groter dan of gelijk is aan 0.'
$P \notin a$	'Het punt P ligt niet op de rechte a .' of 'Het punt P is geen element van de rechte a .'

1.2 De implicatie en equivalentie

In wiskunde doen we heel vaak uitspraken. Soms volgt uit de ene ware uitspraak logischerwijs een andere juiste uitspraak. Om dat verkort te noteren, maken we gebruik van de **implicatiepijl** ($\implies$). Soms zijn twee uitspraken gelijkwaardig. Dan kunnen we gebruikmaken van een dubbele pijl of **equivalentiepijl** ($\iff$).

Voorbeeld 1

Uitspraak a : Ik betaal een broodje met Payconiq.

Uitspraak b : Er gaat geld van mijn rekening.

WAAR

Als ik een broodje met Payconiq betaal, **dan** gaat er geld van mijn rekening.
 $a \implies b$

NIET WAAR

Als er geld van mijn rekening gaat, **dan** heb ik een broodje betaald met Payconiq.
Tegenvoorbeeld: Ik kan ook een drankje of iets anders betaald hebben.

Voorbeeld 2

Uitspraak c : Nathalie is de mama van Lian.

Uitspraak d : Lian is de zoon van Nathalie.

WAAR

Als Nathalie de mama van Lian is, **dan** is Lian de zoon van Nathalie.
 $c \implies d$

WAAR

Als Lian de zoon is van Nathalie, **dan** is Nathalie de mama van Lian.
 $d \implies c$

We stellen vast dat uitspraak c en uitspraak d logisch equivalente uitspraken zijn: Nathalie is de mama van Lian **als en slechts als** Lian haar zoon is. We kunnen hier gebruikmaken van de equivalentiepijl: $c \iff d$.

Voorbeeld 3

Uitspraak e : De omtrek van een vierkant is 20 cm.

Uitspraak f : De lengte van de zijde van een vierkant is 5 cm.

WAAR

Als de omtrek van een vierkant 20 cm is, **dan** is de lengte van de zijde van het vierkant 5 cm.
 $e \implies f$

WAAR

Als de lengte van de zijde van een vierkant 5 cm is, **dan** is de omtrek van het vierkant 20 cm.
 $f \implies e$

We stellen vast dat e en f logisch equivalente uitspraken zijn. De omtrek van een vierkant is 20 cm **als en slechts als** de lengte van de zijde van het vierkant 5 cm is. Ook hier kunnen we gebruikmaken van de equivalentiepijl: $e \iff f$.

Voorbeeld 4

Uitspraak g : Het getal is deelbaar door 2.

Uitspraak h : Het cijfer van de eenheden is een 6.

NIET WAAR

Als het getal deelbaar is door 2, **dan** is het cijfer van de eenheden een 6.

Tegenvoorbeeld: 14 is ook deelbaar door 2, het cijfer van de eenheden is hier een 4.

WAAR

Als het cijfer van de eenheden een 6 is, **dan** is het getal deelbaar door 2.

$g \leftarrow h$ (of $h \Rightarrow g$)



— Merk op —

De implicatie werd hier altijd geformuleerd vanuit een ware uitspraak. In het vierde jaar ga je in de module over logica dieper in op de waarheidswaarde en het zoeken naar tegenvoorbeelden.



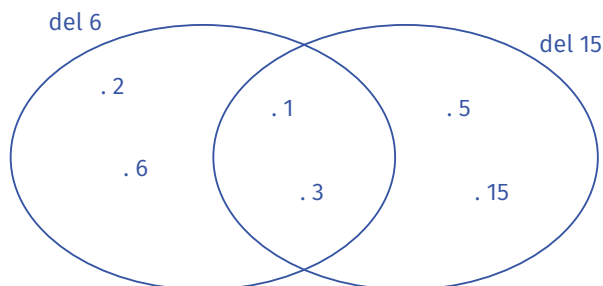
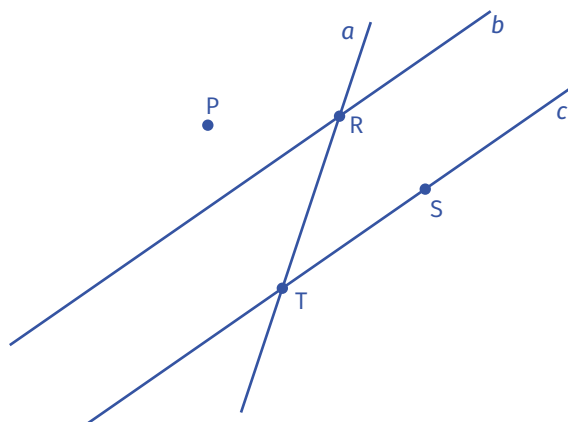
Verwerkingsopdrachten



1

Welke uitspraken zijn waar? Omkring.

- a) $3 \in \text{del } 15$
- b) $5 \in \text{del } 6$
- c) $\text{del } 6 \subset \text{del } 15$
- d) $\text{del } 6 \cup \text{del } 15 = \text{del } 30$
- e) $\text{del } 6 \cap \text{del } 15 = \text{del } 3$
- f) $\text{del } 6 \setminus \text{del } 15 = \emptyset$



- g) $T \in a$
- h) $PS \not\parallel c$
- i) $a \cap b = \{R\}$
- j) $RT \subset a$
- k) $|RT| \approx 3 \text{ cm}$
- l) $|PR| > |PS|$

2

Zet de volgende zinnen om in symbolentaal.

- a) De rechte p snijdt de rechte q .
- b) een strikt positief rationaal getal
- c) Natuurlijke getallen zijn ook gehele getallen.
- d) De lengte van lijnstuk $[KL]$ is kleiner dan de lengte van lijnstuk $[RT]$.

$$p \not\parallel q$$

$$\mathbb{Q}_0^+$$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$

$$|KL| < |RT|$$

3

Volgt uit de eerste ware uitspraak de tweede ware uitspraak?

Gebruik $\Rightarrow$ (de implicatiepijl) of $\Leftrightarrow$ (de equivalentiepijl).

Indien je geen van de pijlen kan gebruiken, noteer een tegenvoorbeeld.

a) Uitspraak I: Het is warm.

Uitspraak II: Het is 30°C.

Nee, tegenvoorbeeld: Het is warm. $\Rightarrow$ Het is 36° C.

b) Uitspraak I: Het is 86°F.

Uitspraak II: Het is 30°C.



TIP Formule van Fahrenheit naar Celsius: $C = \frac{5(F - 32)}{9}$

Uitspraak I $\Leftrightarrow$ Uitspraak II

c) Uitspraak I: De absolute waarde van een getal is positief.

Uitspraak II: Het toestandsteken van dat getal is een minteken.

Nee, tegenvoorbeeld: De absolute waarde van 5 is positief. $\Rightarrow$ Het toestandsteken van 5 is een plusteken.

d) Uitspraak I: A, B en C zijn collineair.

Uitspraak II: C behoort tot de rechte AB.

Uitspraak I $\Leftrightarrow$ Uitspraak II

e) Uitspraak I: De som van twee getallen is 5.

Uitspraak II: De som van de kwadraten van die twee getallen is 25.

Nee, tegenvoorbeeld: De som van 2 en 3 is 5. $\Rightarrow$ De som van de kwadraten van 3 en 2 is 13.

f) Uitspraak I: Een vierhoek is een ruit.

Uitspraak II: De vierhoek heeft minstens twee symmetrieassen.

Uitspraak I $\Rightarrow$ Uitspraak II

4

Schrijf in symbolen.

a) Als x een geheel getal is,
dan is het ook een rationaal getal.

$$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \mathbb{Q}$$

b) Twee rechten snijden elkaar als en slechts als
ze precies 1 punt gemeenschappelijk hebben.

$$a \nparallel b \Leftrightarrow a \cap b = \{X\}$$

c) Als een strikt positief getal kleiner is dan 1,
dan is het omgekeerde van dat getal groter dan 1.

$$0 < x < 1 \Rightarrow \frac{1}{x} > 1$$

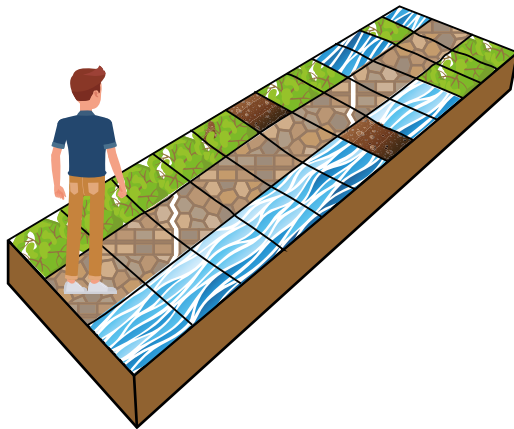
d) Als twee getallen deelbaar zijn door een derde getal,
dan is ook het product van die twee getallen deelbaar
door dat derde getal.

$$c|a \text{ en } c|b \Rightarrow c|a \cdot b$$

2 Logische operatoren

In een virtuele wereld moet de speler zo ver mogelijk geraken. Op bepaalde velden is er aarde, op andere velden vind je water en op nog andere staan er bomen. De speler mag vooruitgaan zolang de uitspraak waar is.

Je ziet hier de beginsituatie.



Aan de hand van **pseudocode** krijgen de **logische operatoren** een betekenis. Met welke code raken we het verst?

2.1 De negatie: $\neg$ (NIET-operator)

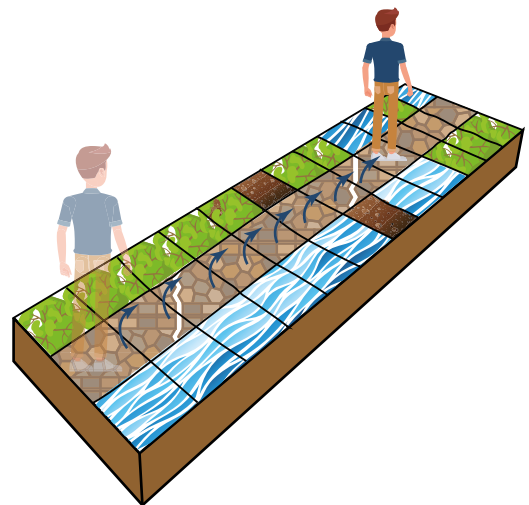


Uitspraak a : Er is water links.

Er werd gebruikgemaakt van de **negatie** van de uitspraak a :

Er is geen water links.

Deze pseudocode laat de speler vooruitgaan zolang er **geen** water links van de persoon is. We zien dat de persoon 8 keer vooruit is kunnen gaan.



In wiskunde maken we soms ook gebruik van een negatie van een uitspraak.

Voorbeeld

$\triangle ABC$ is een driehoek die **niet** gelijkzijdig is.

9 is **geen** priemgetal.

notatie $\neg$

Dit lees je als 'geen ...' of 'niet ...'.

Voorbeelden

UITSPRAAK	NEGATIE UITSPRAAK
p	$\neg p$
x is deelbaar door 5.	x is niet deelbaar door 5.
P ligt op de rechte a .	P ligt niet op de rechte a .

Als een uitspraak p waar is, dan is de negatie van deze uitspraak niet waar.

Voorbeeld: Een ruit is een parallellogram (p). Dit is een ware uitspraak.

De negatie van deze uitspraak ($\neg p$) is niet waar.

Als een uitspraak p niet waar is, dan is de negatie van deze uitspraak waar.

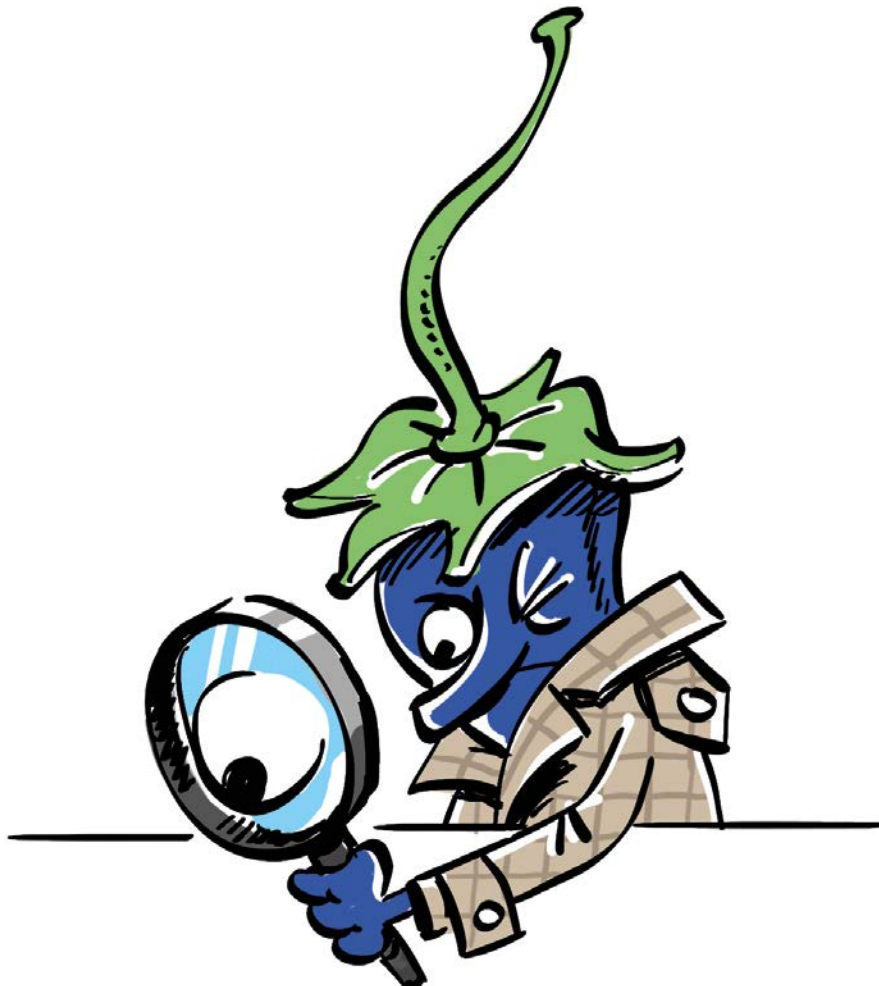
Voorbeeld: De aftrekking in $\mathbb{Q}$ is commutatief (p). Deze uitspraak is niet waar.

De negatie van deze uitspraak ($\neg p$) is wel waar: de aftrekking in $\mathbb{Q}$ is niet commutatief.

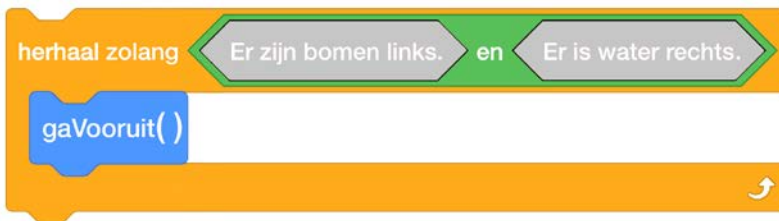
We kunnen dit samenvatten in een **waarheidstabel**. Onder andere bij het coderen maakt men gebruik van 1 (WAAR) en 0 (NIET WAAR of ONWAAR).

Waarheidstabellen

UITSPRAAK	NEGATIE	UITSPRAAK	NEGATIE
p	$\neg p$	p	$\neg p$
WAAR	NIET WAAR	1	0
NIET WAAR	WAAR	0	1



2.2 De conjunctie: $\wedge$ (EN-operator)



Uitspraak a : Er zijn bomen links.

Uitspraak b : Er is water rechts.

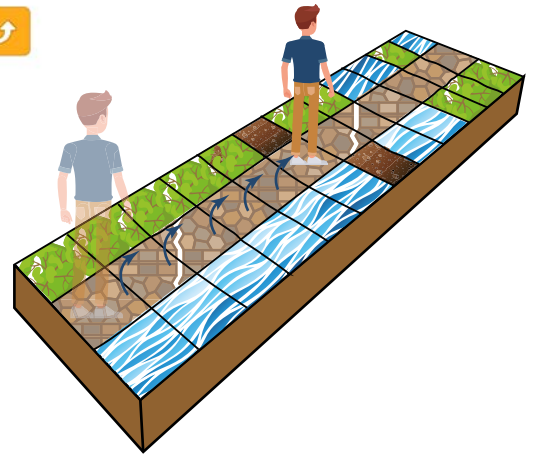
Er werd gebruikgemaakt van de **conjunctie**.

De logische EN-operator koppelt de twee uitspraken aan elkaar.

Deze pseudocode laat de speler vooruitgaan zolang er

links bomen zijn **en** er rechts water is.

De persoon kan dus enkel vooruitgaan als beide uitspraken gelijktijdig waar zijn. We zien dat de persoon 5 keer vooruit is kunnen gaan.



In wiskunde maken we soms ook gebruik van de conjunctie.

Voorbeeld

De diagonalen van een ruit zijn even lang **en** staan loodrecht op elkaar.

Een priemgetal is enkel deelbaar door één **en** zichzelf.

notatie $\wedge$

Dit lees je als '... en ...'.

Voorbeelden

UITSPRAAK	UITSPRAAK	CONJUNCTIE
a	b	$a \wedge b$
x is even.	x is deelbaar door 3.	x is even en deelbaar door 3.
$M \in [AB]$	$ AM = MB $	$M \in [AB] \wedge AM = MB $

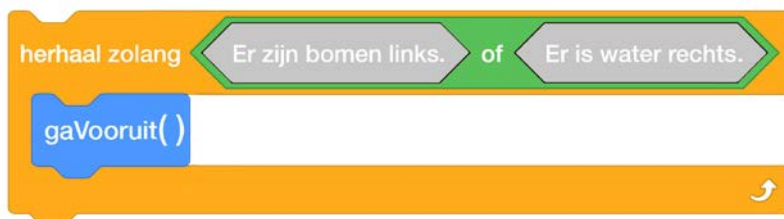
Enkel als zowel uitspraak a als uitspraak b waar zijn, is $a \wedge b$ ook waar. We kunnen dit samenvatten in een waarheidstabel. Onder andere bij het coderen maakt men gebruik van 1 (WAAR) en 0 (NIET WAAR).

Waarheidstabellen

UITSPRAAK	UITSPRAAK	CONJUNCTIE
a	b	$a \wedge b$
WAAR	WAAR	WAAR
WAAR	NIET WAAR	NIET WAAR
NIET WAAR	WAAR	NIET WAAR
NIET WAAR	NIET WAAR	NIET WAAR

UITSPRAAK	UITSPRAAK	CONJUNCTIE
a	b	$a \wedge b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

2.3 De disjunctie: $\vee$ (OF-operator)



Uitspraak a : Er zijn bomen links.

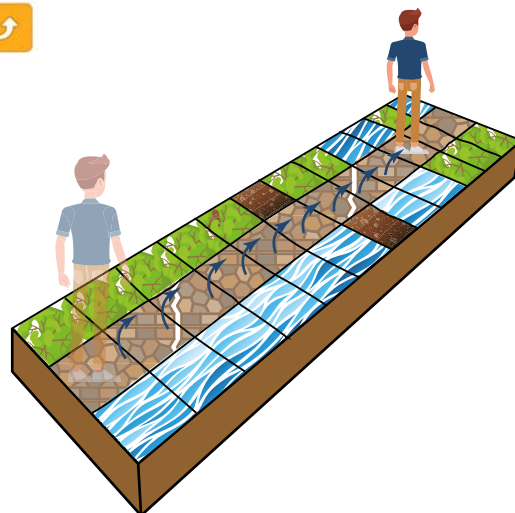
Uitspraak b : Er is water rechts.

Er werd gebruikgemaakt van de **disjunctie**.

De logische OF-operator koppelt de twee uitspraken aan elkaar.

Deze pseudocode laat de speler vooruitgaan zolang er links bomen zijn **of** er rechts water is.

De persoon kan dus enkel vooruitgaan als minstens 1 van de uitspraken waar is. We zien dat de persoon 9 keer vooruit is kunnen gaan.



In wiskunde maken we soms ook gebruik van de disjunctie.

Voorbeeld

Als een product van twee getallen nul is, dan is de eerste factor nul **of** is de tweede factor nul.

Als twee verschillende rechten in hetzelfde vlak liggen, dan zijn ze snijdend **of** onderling evenwijdig.

notatie $\vee$

Dit lees je als '... of ...'.

Voorbeelden

UITSPRAAK	UITSPRAAK	DISJUNCTIE
a	b	$a \vee b$
x is positief.	x is negatief.	x is positief of x is negatief.
ABCD is een ruit.	ABCD is een rechthoek.	ABCD is een ruit of ABCD is een rechthoek.

Als minstens 1 van de uitspraken waar is, dan is $a \vee b$ ook waar. We kunnen dit samenvatten in een waarheidstabel.

Onder andere bij het coderen maakt men gebruik van 1 (WAAR) en 0 (NIET WAAR).

Waarheidstabellen

UITSPRAAK	UITSPRAAK	DISJUNCTIE	UITSPRAAK	UITSPRAAK	DISJUNCTIE
a	b	$a \vee b$	a	b	$a \vee b$
WAAR	WAAR	WAAR	1	1	1
WAAR	NIET WAAR	WAAR	1	0	1
NIET WAAR	WAAR	WAAR	0	1	1
NIET WAAR	NIET WAAR	NIET WAAR	0	0	0



— Merk op —

In het vierde jaar gaan we uitgebreid in op waarheidstabellen en het verbinden van uitspraken.

2.4 Verband tussen logische operatoren en verzamelingen

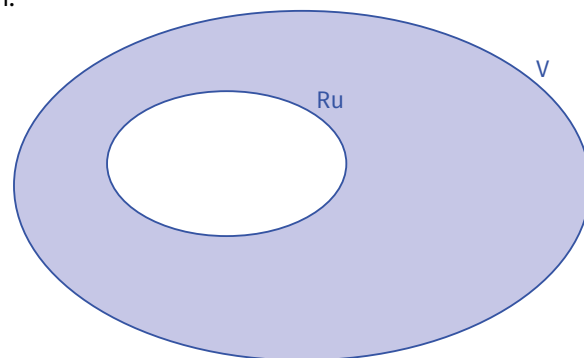
Voorbeeld 1

Uitspraak: Alle vierhoeken die **geen** ruit zijn.

We kunnen deze uitspraak visueel voorstellen met verzamelingen.

Het blauw gekleurde deel bevat alle vierhoeken die aan deze uitspraak voldoen.

Dit is de verzameling van alle vierhoeken (V) zonder de verzameling van alle ruiten (Ru).



notatie $\setminus$

Dit lees je als '... zonder ...' of '... verschil ...'.

De verzameling van alle vierhoeken die geen ruit zijn

kun je nu in symbolen noteren: $V \setminus Ru$

LOGICA		VERZAMELINGEN	
symbool	betekenis	symbool	betekenis
$\neg$	niet	$\setminus$	verschil (zonder)

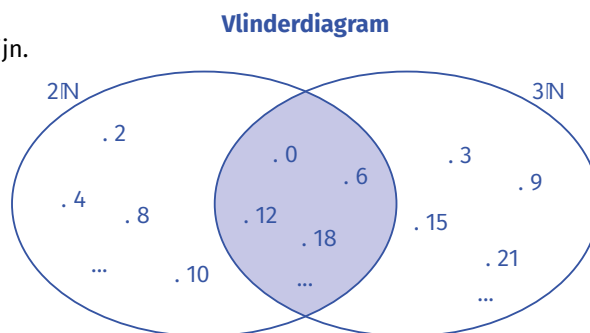
Voorbeeld 2

Uitspraak: Alle even natuurlijke getallen die **ook** een drievoud zijn.

$2\mathbb{N}$: de verzameling van alle even natuurlijk getallen

$3\mathbb{N}$: de verzameling van alle natuurlijke drievouden

De natuurlijke getallen die behoren tot de verzameling $2\mathbb{N}$ en de verzameling $3\mathbb{N}$ vinden we in de **doorsnede** van deze verzamelingen.



notatie $\cap$

Dit lees je als '... doorsnede ...'.

De **doorsnede** van de verzameling $2\mathbb{N}$ en de verzameling $3\mathbb{N}$ kunnen we in symbolen noteren: $2\mathbb{N} \cap 3\mathbb{N}$



— Merk op —

- $2\mathbb{N} \cap 3\mathbb{N} = \{0, 6, 12, 18, \dots\}$
- Een vlinderdiagram noemen we ook een venndiagram.

LOGICA		VERZAMELINGEN	
symbool	betekenis	symbool	betekenis
$\wedge$	en	$\cap$	doorsnede

Voorbeeld 3

Uitspraak: Alle delers van 18 **of** alle delers van 30.

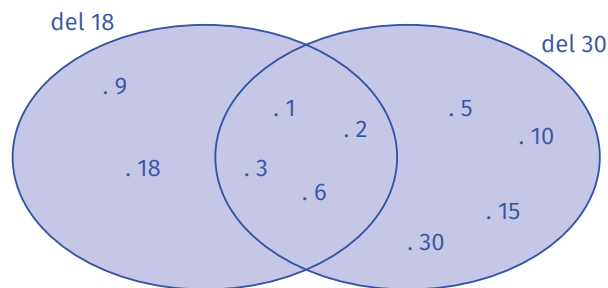
We kunnen deze uitspraak visueel voorstellen met verzamelingen.

Het blauw gekleurde deel bevat alle getallen die aan deze uitspraak voldoen.

del 18: de verzameling van alle delers van 18

del 30: de verzameling van alle delers van 30

De getallen die behoren tot de verzameling del 18 **of** de verzameling del 30 vinden we in de **unie** van deze verzamelingen.



notatie $\cup$

Dit lees je als '... unie ...'.

De verzameling van alle getallen die een deler van 18 of een deler van 30 zijn: **del 18 $\cup$ del 30**.



— Merk op —

$\text{del } 18 \cup \text{del } 30 = \{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30\}$

LOGICA		VERZAMELINGEN	
symbool	betekenis	symbool	betekenis
$\vee$	of	$\cup$	unie



— Merk op —

De symbolen $\setminus$, $\cap$ en $\cup$ gebruik je enkel wanneer je spreekt over verzamelingen.



Verwerkingsopdracht



5

Gegeven: uitspraak p_1 : Ik gebruik op school een tablet.
uitspraak p_2 : Ik gebruik op school een iPad.
uitspraak p_3 : Ik gebruik op school mijn smartphone.
uitspraak p_4 : Ik gebruik een mobiel apparaat op school.



a) Noteer de uitspraak in woorden.

$\neg p_4$: Ik gebruik geen mobiel apparaat op school.

$p_2 \wedge p_3$: Ik gebruik op school een iPad en mijn smartphone.

$p_1 \vee p_2$: Ik gebruik op school een tablet of een iPad.

b) Volgt uit de eerste ware uitspraak de tweede ware uitspraak?

Gebruik $\implies$ (de implicatiepijl) of $\iff$ (de equivalentiepijl).

Indien je geen van de pijlen kan gebruiken, noteer een tegenvoorbeeld.

$p_1 \vee p_3 \implies p_4$ _____

$p_2 \wedge p_3 \implies p_1$ _____

$\neg p_2$ p_3 Nee, tegenvoorbeeld: Ik gebruik op school geen iPad en geen smartphone.

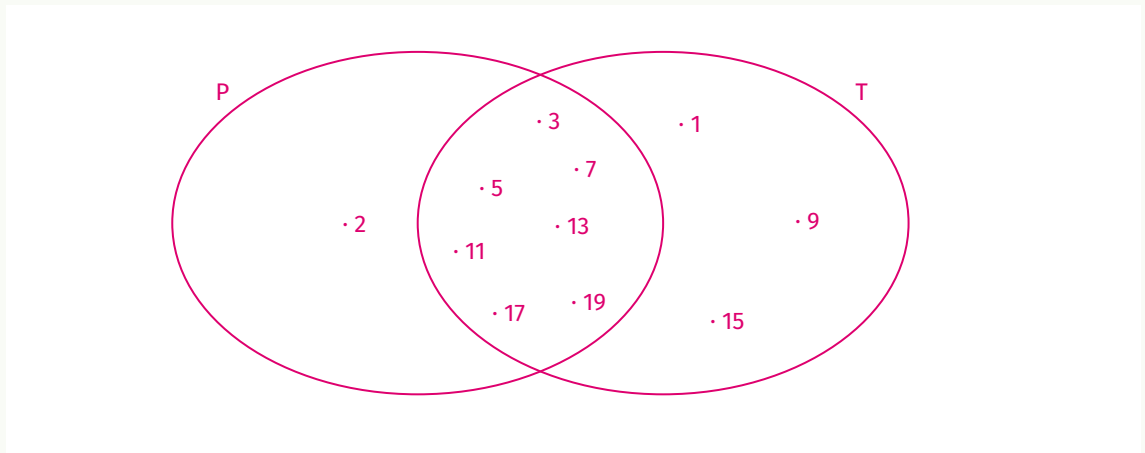


Signaaloefeningen

1

Gegeven: $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
 $T = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

I) Maak een vlinderdiagram van de gegeven verzamelingen P en T.



II) Zijn de uitspraken waar of niet waar? Omkring.

- a) $2 \notin T$ WAAR / NIET WAAR
b) $2, 3 \in P$ WAAR / NIET WAAR
c) $11 \in P \cap T$ WAAR / NIET WAAR
d) $P \cup T = T$ WAAR / NIET WAAR
e) $P \setminus T = \emptyset$ WAAR / NIET WAAR
f) $T \subset \mathbb{N}$ WAAR / NIET WAAR

>>> Verder oefenen: D1 t.e.m. D8

2

Volgt uit de eerste ware uitspraak de tweede ware uitspraak?

Gebruik $\Rightarrow$ (de implicatiepijl) of $\Leftrightarrow$ (de equivalentiepijl).

Indien je geen van de pijlen kan gebruiken, noteer een tegenvoorbeeld.

- a) Uitspraak I: $\frac{a}{b}$ is een onvereenvoudigbare breuk.
Uitspraak II: $\text{ggd}(a, b) = 1$

Uitspraak I $\Leftrightarrow$ Uitspraak II

- b) Uitspraak I: Een vierhoek is een vierkant.
Uitspraak II: De diagonalen van de vierhoek staan loodrecht op elkaar.

Uitspraak I $\Rightarrow$ Uitspraak II

- c) Uitspraak I: Het kwadraat van een getal is 36.
Uitspraak II: Het getal is 6.

Nee, tegenvoorbeeld: Het kwadraat van -6 is 36. $\Rightarrow$ Het getal is niet 6.

Omgekeerd geldt de implicatie wel: Uitspraak II $\Rightarrow$ Uitspraak I

>>> Verder oefenen: D1 t.e.m. D8

3

Gegeven: 3 uitspraken

p_1 : Een getal is even.

p_2 : Een getal is een veelvoud van 4.

p_3 : Een getal is deelbaar door 3.

Geef de betekenis van volgende logische uitdrukkingen:

a) $\neg p_2$: Een getal is geen veelvoud van 4.

Noteer een natuurlijk getal dat voldoet aan de bovenstaande uitdrukking. Bv. 5

b) $p_1 \wedge p_3$: Een getal is even en deelbaar door 3.

Noteer een natuurlijk getal dat voldoet aan de bovenstaande uitdrukking. Bv. 6

c) $p_2 \vee p_3$: Een getal is een veelvoud van 4 of deelbaar door 3.

Noteer een natuurlijk getal dat voldoet aan de bovenstaande uitdrukking. Bv. 8

d) Noteer met de gegeven uitspraken een logische uitdrukking zodat 54 een natuurlijk getal is dat hieraan voldoet.

Bv. $p_1 \wedge \neg p_2$

>>> Verder oefenen: D9 t.e.m. D15



Differentiatietraject

1

Kleur de vakjes die samen horen in eenzelfde kleur.

$\Leftrightarrow$	implicatiepijl	$\Rightarrow$
Als ... dan ...	... als en slechts als ...	equivalentiepijl



2

Verbind de betekenis met het juiste symbool.



3

Pablo doet zes ware uitspraken.



- Vorm twee implicaties met de gegeven uitspraken.
- Waarom kun je hier nergens een equivalentie gebruiken?

- Ik stream muziek via Apple Music. $\Rightarrow$ Ik luister muziek.
Ik ben lid van de Scouts. $\Rightarrow$ Ik zit in een jeugdbeweging.
- Geen van de implicaties die je kunt maken gelden ook in de omgekeerde richting.



4

Hoe lees je volgende uitdrukkingen?

- a) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$
- b) $M \in m$
- c) $\forall x \in \mathbb{Z} : |x| \geq 0$
- d) $0^\circ < \hat{B} < 90^\circ$
- e) $\pi \approx 3,14$
- f) $x^2 = x \cdot x$

- a) De verzameling van de gehele getallen is een deelverzameling van de verzameling van de rationale getallen.
- b) Het punt M ligt op de rechte m .
- c) Voor alle x element van de gehele getallen geldt dat de absolute waarde van x groter dan of gelijk is aan nul.
- d) De hoekgrootte van B ligt tussen 0 en 90 graden.
- e) π is ongeveer gelijk aan 3,14.
- f) Het kwadraat van x is gelijk aan het product van x en x .



5

Zet de volgende zinnen om in symbolentaal.

- a) x is een rationaal getal.
- b) Het getal x is zowel een deler van p als q .
- c) De rechte a staat loodrecht op de rechte b .
- d) A, B en C zijn collineair.
- e) een strikt negatief rationaal getal
- f) P is het snijpunt van a en b .

- a) $x \in \mathbb{Q}$
- b) $x|p$ en $x|q$
- c) $a \perp b$
- d) $A, B, C \in p$
- e) $x \in \mathbb{Q}_0^-$
- f) $a \cap b = \{P\}$



6

Volgt uit de eerste ware uitspraak de tweede ware uitspraak?

Gebruik $\Rightarrow$ (de implicatiepijl) of $\Leftrightarrow$ (de equivalentiepijl).

Indien je geen pijlen kan gebruiken, noteer een tegenvoorbeeld.

- Uitspraak I: Het punt P ligt op de middelloodlijn van [AB].
Uitspraak II: $|PA| = |PB|$
- Uitspraak I: Het product van twee getallen a en b is 0.
Uitspraak II: Het getal a is 0.
- Uitspraak I: Het omgekeerde van een getal is kleiner dan dat getal.
Uitspraak II: Het getal is positief.
- Uitspraak I: Twee hoeken zijn nevenhoeken.
Uitspraak II: Twee hoeken zijn samen 180° .

a) Uitspraak I $\Leftrightarrow$ Uitspraak II

b) Nee, tegenvoorbeeld: Het product van $a = 1$ en $b = 0$ is 0. $\Rightarrow$ Het getal a is niet 0.
Omgekeerd geldt de implicatie wel: Uitspraak II $\Rightarrow$ Uitspraak I

c) Nee, tegenvoorbeeld: Het omgekeerde van $-0,5$ is kleiner dan $-0,5$. $\Rightarrow -0,5$ is niet positief.

d) Uitspraak I $\Rightarrow$ Uitspraak II



7

Bonnie doet 8 ware uitspraken.



- Vorm drie implicaties met de gegeven uitspraken.
- Hoeveel equivalenties kun je vormen met de gegeven uitspraken?

a) Uitspraak III $\Rightarrow$ Uitspraak II)

Uitspraak VII $\Rightarrow$ Uitspraak V)

Uitspraak IV $\Rightarrow$ Uitspraak I)

b) Met de gegeven uitspraken kun je geen enkele equivalentie maken.



8

Schrijf in symbolen.

- a) Twee getallen a en b zijn onderling ondeelbaar.
- b) Een geheel getal x is een even getal.
- c) Een natuurlijk getal x is een tweevoud, maar ook een drievoud.

TIP



De verzameling van de natuurlijke tweevouden noteer je als $2\mathbb{N}$.

- a) $\text{ggd}(a, b) = 1$
- b) $\frac{x}{2} \in \mathbb{Z}$
- c) $x \in 2\mathbb{N}, x \in 3\mathbb{N}$



9

Kleur de vakjes die samen horen in eenzelfde kleur.

$\wedge$	NIET-operator	EN-operator
OF-operator	$\vee$	conjunctie
NOT	negatie	OR
disjunctie	AND	$\neg$



10

Formuleer de betekenis van de logische uitspraak.

Maak telkens een tekening die voldoet aan de logische uitspraak.

 p_1 : De vlakke figuur is een vierhoek. p_2 : De vlakke figuur heeft exact 1 symmetrieas.

- a) $\neg p_1$
- b) $p_1 \wedge p_2$
- c) $p_1 \vee p_2$
- d) $\neg p_1 \wedge p_2$
- e) $p_1 \vee \neg p_2$

a) De vlakke figuur is geen vierhoek.

Bv.



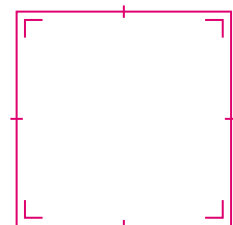
b) De vlakke figuur is een vierhoek en heeft exact 1 symmetrieas.

Bv.



c) De vlakke figuur is een vierhoek of heeft exact 1 symmetrieas.

Bv.



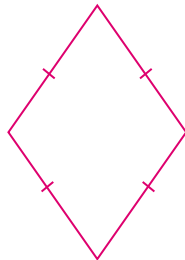
d) De vlakke figuur is geen vierhoek en heeft exact 1 symmetrieas.

Bv.



e) De vlakke figuur is een vierhoek of heeft niet exact 1 symmetrieas.

Bv.



11

Welke getallen uit het raster voldoen aan de gegeven logisch samengestelde uitspraak?

p_1 : Het getal is een volkomen kwadraat.

p_2 : Het getal is even.

p_3 : Het getal is een priemgetal.

a) p_3

b) $\neg p_1$

c) $p_1 \wedge p_2$

d) $p_1 \vee p_2$

e) $\neg p_2 \wedge p_3$

f) $p_1 \wedge \neg p_3$

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

b) 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24

c) 4, 16

d) 1, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 25

e) 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

f) 1, 4, 9, 16, 25



12

Gegeven: 4 ware uitspraken

 p_1 : Een getal is positief. p_2 : Een getal is een natuurlijk getal. p_3 : Een getal is een oneven getal. p_4 : Een getal is deelbaar door 2.

- Tussen welke uitspraken kun je de implicatiepijl gebruiken. Noteer dit in symbolen.
- Geef de betekenis van $\neg p_3$.
- Verklaar waarom -4 voldoet aan deze logisch samengestelde uitspraak: $p_1 \vee p_4$.
- Noteer met de gegeven uitspraken een logische uitdrukking zodat -3 een getal is dat hieraan voldoet.

a) $p_2 \implies p_1$

b) Een getal is niet oneven.

c) Aangezien de OF-operator tussen de 2 uitspraken staat, moet het getal maar aan 1 van beide uitspraken voldoen. -4 is deelbaar door 2, dus -4 voldoet aan $p_1 \vee p_4$.d) Bv. $\neg p_2 \wedge p_3$ 

13

Bekijk aandachtig de code en beantwoord de volgende vragen.

I)



a) Welke logische operator wordt er gebruikt?

b) Hieronder vind je een aantal ingevoerde getallen. Kleur de getallen waarvoor je de uitvoer "Jouw ingevoerde getal voldoet aan de gecontroleerde uitdrukking." krijgt.

-15 -10 -5 0 5 10 15

II)



a) Welke logische operator wordt er gebruikt?

b) Hieronder vind je een aantal ingevoerde getallen. Kleur de getallen waarvoor je de uitvoer "Jouw ingevoerde getal voldoet aan de gecontroleerde uitdrukking." krijgt.

47 48 49 50 51 52 53

III)



- a) Welke logische operator wordt er gebruikt?
- b) Hieronder vind je een aantal ingevoerde getallen. Kleur de getallen waarvoor je de uitvoer "Jouw ingevoerde getal voldoet aan de gecontroleerde uitdrukking." krijgt.

−10 −5 0 5 10 15 20

I) a) de EN-operator

b) −15 −10 −5 0 5 10 15

II) a) de NIET-operator

b) 47 48 49 50 51 52 53

III) a) de OF-operator

b) −10 −5 0 5 10 15 20



14

Noteer in symbolen.

- a) Als x een deler van 6 en een priemgetal is, dan is $x = 2$ of $x = 3$.
- b) Als het kwadraat van x gelijk is aan 25, dan is $x = -5$ of $x = 5$.
- c) Een getal is deelbaar door 10 als en slechts als het deelbaar is door 2 en door 5.

a) $x \mid 6, x \text{ is een priemgetal} \implies x = 2 \vee x = 3$

b) $x^2 = 25 \implies x = -5 \vee x = 5$

c) $10 \mid x \iff 2 \mid x \wedge 5 \mid x$



15

Bekijk aandachtig de code en beantwoord de volgende vragen.



I)



- a) Welke logische operator wordt er gebruikt?
 b) Hieronder vind je een aantal ingevoerde getallen. Kleur de getallen waarvoor je de uitvoer "Jouw ingevoerde getal voldoet aan de gecontroleerde uitdrukking." krijgt.

–20 –15 –10 –5 0 5 10 15

II)



- a) Welke logische operator wordt er gebruikt?
 b) Beschrijf wat het programma doet.
 c) Hoeveel keer wordt de code uitgevoerd als je 10 invoert?
 d) Hoeveel keer wordt de code uitgevoerd als je –10 invoert?

I) a) de OF-operator

b) –20 –15 –10 –5 0 5 10 15

II) a) de NIET-operator

b) Dit programma laat de sprite 10 graden draaien in wijzerzin, evenveel keer als het ingevoerde getal.

c) 10 keer

d) 0 keer

